

4 概數與科學記號數字〔教學說明〕

教學目標

本篇從實際數字範例介紹概數，解釋有效位數，並以概數觀念引進科學記號數字，讓學生明白「科學記號」數字也會對應自然語言「數詞」的說法。

知

數字有普通記號和科學記號兩種寫法。大數可以分節以便閱讀。

行

能為大數分節並正確讀出數詞。學生能按照例如「以三位有效位數作答」這樣的指示寫下正確答案。

識

有些數據沒必要全部寫／說出來，於是需要使用概數。科學記號數字是將語言上的概數用特定的數字格式寫出來。如果文件中寫著科學記號數字，則它原則上就是一個概數。

主要設計理念

1. 配合中文數詞的規則，如果要讓一長串（阿拉伯）數字容易閱讀，應該要以四位一節標示逗點，而這種逗點的後面不要空格。每四位一節時，從最右側算起，第一個逗點是「萬」，第二個逗點是「億」，第三個逗點是「兆」，很方便閱讀。專業的會計與財務系統採用三位一節的數字寫法，但是作者呼籲不要那樣教學生，原因請看後面「教學素養」。
2. 按課綱規劃，數學領域僅為概數的溝通需求而定義「有效位數」，並不觸及「準確值」與「估計值」。而數學領域的「有效數字」教學目標是可以溝通，例如學生可以按照「以三位有效位數作答」這樣的指示寫下正確答案。因此，並不要求學生「辨識」數字中的有效數字，也不要求學生「判斷」有效位數。前述課題，應由自然領域教師，在實際操作測量儀器時，搭配有意義的科學語境，來教導學生。教師們可以放心的是，數學領域和自然領域對於有效位數的教學，是彼此相容的，請參閱後面的「教學素養」。本文依照課綱的理念而編寫。
3. 承上，本文並沒有「從一串數字中『指認』有效數字」的教學與練習。也建議教師不要添加這項教學目標。
4. 按課綱規劃，7 年級的科學記號教學目標僅為「普通記號數字與科學記號數字的互換」。為了教學上的趣味，可以搭配簡單的比大小，簡單的倍數或等分，例如科學記號數字乘以 2、除以 4 之類的。科學記號數字的實際操作，應由自然領域教師在適當的情境中教學，數學教師不必越俎代庖。科學記號數字的一般性四則運算，課綱規劃在 10 年級教學。本文依照課綱的理念而編寫。
5. 本篇《別冊》的目標如上述（知、行、識），主要是為學生建立連結。所以，礙於篇幅，並沒有完整的科學記號教學。譬如，我們沒有明確列舉科學記號數字的規則，也沒有處理小於 1 的科學記號。我們假設「正課」一定會教這些。而考慮到本篇比較單純，或許值得在科學記號的「正課」之前先講本篇，當作學生的先備知識。

教學備忘

1. 請確定學生能正確讀出大數，例如 2347,0663 應該讀作「二／兩千三百四十七萬零六百六十三」，注意首位的 2 可以讀作二也可以讀作兩；3994,0653 讀作「三千九百九十四萬零六百五十三」；1,2642,7433 讀作「一億二千六百四十二萬七千四百三十三」。
2. 隨堂練習 1 第 3 題並沒有標準答案，請容許學生發揮。理論上，並沒有哪一種分節記法比較「好」，而是倚賴於用哪種語言來讀它？如果用英語讀／寫，則三位一節比較方便。參閱「教學素養」。
3. 請注意，本篇並沒有正式寫出「有效數字」，我們只寫「有效位數」。這是為了保持文字上的精確，但是教師在口語上可以說「二位有效數字」，並無妨礙。數學課裡說的有效數字概念雖然不涉及測量，但是與自然領域從測量而得的有效數字概念是相容的，所以教師可以自由使用「有效數字」之語詞而不至於造成學生的迷思概念。
4. 如前述（設計理念），本篇所講的科學記號並不完整，請確認「正課」有完整教學。但是，也請教師留意課綱規劃的教學目標，避免過度教學。「隨喜練習」補充了小於 1 的科學記號數字。
5. 本篇並沒有提到負數的科學記號，「正課」應該會講到。可是請教師理解，科學記號通常用在科學或工程的測量值，它們很少很少是負數。科學記號的負數，重要的是負的指數，而不是負的數值，請避免過度練習負的科學記號數字。
6. 本文不提 0 的科學記號。其實 0 的科學記號就是 0，不論設定幾位有效位數都是寫 0，而不寫 0.0×10^0 或 0.00×10^1 之類的記號。請勿故意設計題目來評量 0 的科學記號。

教學素養

數字的分節符號並不一定是逗點，這是各地文化自己決定的。我國跟隨美國的習慣，使用逗點分節，而美國則承襲英國的習慣。但是德國就不一樣，德國用句點當作數字的分節符號，而用逗點當作小數點，跟我們的習慣用法正好相反。

美國把大數寫成三位一節，原因是搭配他們的語言。在他們的語言裡，三位數（百十個）是基本單位，然後用千（thousand 或 K）、百萬（million 或 M）、十億（billion 或 G）、兆（trillion 或 T）這些位詞，把整個數字串起來。每三位一節，使得他們容易將逗點直接對應到位詞：從最右側算起，第一個逗點是 thousand，第二個逗點是 million，第三個逗點是 billion，第四個是 trillion。例如 2347,0663 改寫成 23,470,663 比較方便用英語說出來：twenty-three million four hundred and seventy thousand and six hundred and sixty-three；同理，1,2642,7433 改寫成 126,427,433 比較方便用英語說出來：one hundred and twenty-six million four hundred and twenty-seven thousand and four hundred and thirty-three。

各國的國民教育顯然應該按照自己的語言習慣，決定大數的分節記法。在臺灣，不論講華語、台語還是客語，都是四位一節才符合母語的習慣。英文數詞三位一節，中文數詞四位一節，3 與 4 的最小公倍數是 12，所以要有 12 位數才能讓中文和英文的位詞恰好對上：英文的第四位詞 trillion 對應中文第三位詞「兆」。

相對地，我國的會計系統是從美國複製來的，所以財務報表習慣用三位一節的數字寫金額。部份學生長大以後可以自己學習這種專業寫法，但是在國中小義務教育階段，應該根據母語的數詞規則，採用四位一節的寫法，才是貼近生活經驗的學習，也是難度較低的學習。

在自然或工程領域，有效位數大多運用於測量上。測量值的有效位數由測量的工具精度決定。例如使用普通的米達尺測量長度時，尺上的最小刻度是公釐，但能夠確定的測量單位是公分。用這把尺測量長度時，不太可能恰好對準一個公釐的刻度，所以公釐的測量值具有估計的成分；但是公分單位的測量值是可靠的。這就是為什麼自然領域會說有效數字由一串「準確值」再加上一位「估計值」組成。

在實際操作測量工具的情境中，「準確值」和「估計值」是很清楚的概念，而操作者也會在具體情境中溝通有效數字的相關語言。這些觀念，一旦進入數學課，常常變成失去脈絡而需要死記得規則，而那些規則卻不見得有必要在進入實際測量情境之前就背起來。因此，在數學課裡多出來的有效數字教學，不但幫不上自然領域的忙，反而有害數學領域自己的教學（因為增加不必要的學習負擔），所以課綱把它們全部留給自然領域，不在數學課中處理。

數學領域所定義的有效位數，其實也有「準確值」和「估計值」的概念，而且「估計值」就是最後一位數。這是因為 n 位有效數字的最後一位（第 n 位）是由它的下一位四捨五入而來的，所以它並不準確。關於此點，文本中已有說明，但是沒有提出「準確值」和「估計值」這兩個名詞，因為作者認為這些名詞無關學習的宏旨。

科學記號通常用在科學或工程的測量值，它們很少很少是負數。譬如我們講負數時，用攝氏溫標當作切入點，看來溫度很可能出現負數。確實如此，但是科學家就是因為這樣才發明了另一種「凱氏溫標」（Kelvin degree, $^{\circ}\text{K}$ ），又稱「絕對溫標」；用凱氏溫標來測量溫度所得的測量值，必為正數或 0。由此可見，科學和工程領域實在不愛用負數（雖然他們都會用）。因此，科學記號的教學，重要的是負的指數，而不是負的數值，請避免過度練習負的科學記號數字。