

17 點到兩軸的距離〔教學說明〕

教學目標

發展垂足觀念，應用於點到兩軸的距離，再應用於基本的對稱點運算。

知

知道何謂點在直線（特例： x 軸、 y 軸）上的垂足，點到垂足的線段長是點到直線的距離。

行

能根據點坐標計算它到兩軸的距離，能指出對稱於 x 軸、 y 軸的點，也能算出對稱於 x 軸、 y 軸的點坐標。

識

學會運用「垂足」可以精確而簡潔地說明數學操作程序、數學關係。以前知道何謂對稱於直線的點，而在坐標平面上，可以得知對稱點的坐標。

主要設計理念

1. 從點到直線「做垂線」、「取垂足」是很基本的幾何操作，本課以兩軸（ x 軸、 y 軸）為特例，發展相關的概念、程序與溝通語言。
2. 單純地「做垂線」與「計算距離」很單調，缺乏吸引力，所以本課加入（線對稱）對稱點主題，但仍然以兩軸（ x 軸、 y 軸）為特例。
3. 善用「垂直」、「平行」、「鉛直」、「水平」這些詞彙，示範簡潔而精確的說法。展示線對稱兩點的表達方式。

教學備忘

1. 注意「 A 點到 x 軸垂足的線段長」、「 B 是 A 點在 y 軸的垂足」這些句構的教學，使學生有良好的溝通能力。如果沒有培養這些語言能力，則幾何的學習，可能因為溝通（包括自我溝通）詞彙的匱乏而增加難度。
2. 類似地，也請注意「對稱於直線之兩點」的各種說法。
3. 過線外一點做垂線、標示兩直線交點、標示相對於直線的對稱點，都是小學階段可能操作過的平面幾何程序。小學教師不一定讓學生有機會親手操作。往者已矣，我們相信「親手做」的經驗絕對有助於學習，本課已經提供方便的操作情境，請讓學生真的操作。
4. 承上，那些幾何操作，在以前只能標示點的位置，但是在坐標平面上，皆可找到點坐標。換句話說，以前的幾何操作，以後都可能發展出運算公式。這些公式是「坐標幾何」的核心價值，雖不宜大量強記，但是應該讓學生體會公式有強大的威力。

教學素養

坐標幾何將為（幾乎）所有的幾何操作找到代數公式或算法，使得幾何可以被「量化」，因此而能夠被電腦程式快速地運算。坐標幾何是當代科技文明的基礎（特別是跟電腦有關的各種科技，包括「大數據」、「元宇宙」、「AI」等等；在此順便聲明，作者十分反對以「元宇宙」翻譯 Metaverse），中學數學——從國中到高中——的教學重點，應該是發展坐標幾何的知識與技能。

作者認為平面幾何的學習目標，應謹慎設定為坐標幾何的支持：坐標幾何才是目的，平面幾何是支持此目的的基礎過程。作者又認為，在現存的數學課程裡，平面幾何發展太慢、太過失焦（未對準坐標幾何的需求），而且它本身的教學目標不明，導致內部邏輯紊亂。因此，《別冊》企圖發展有效整合平面幾何與坐標幾何的課程。

以《幾何原本》為代表的平面幾何古典知識，是人類文明的瑰寶，是現代數學的共同基礎。在教育的「人文」目標上，我們應當要傳承這些知識。可是在教育的「社會效率」與「學童認知發展」考量上，卻不該給平面幾何太多版面。這是作者在《別冊》的寫作過程中，始終謹慎衡量的兩難問題。